Université Mohamed V - Agdal
Faculté des sciences de Rabat

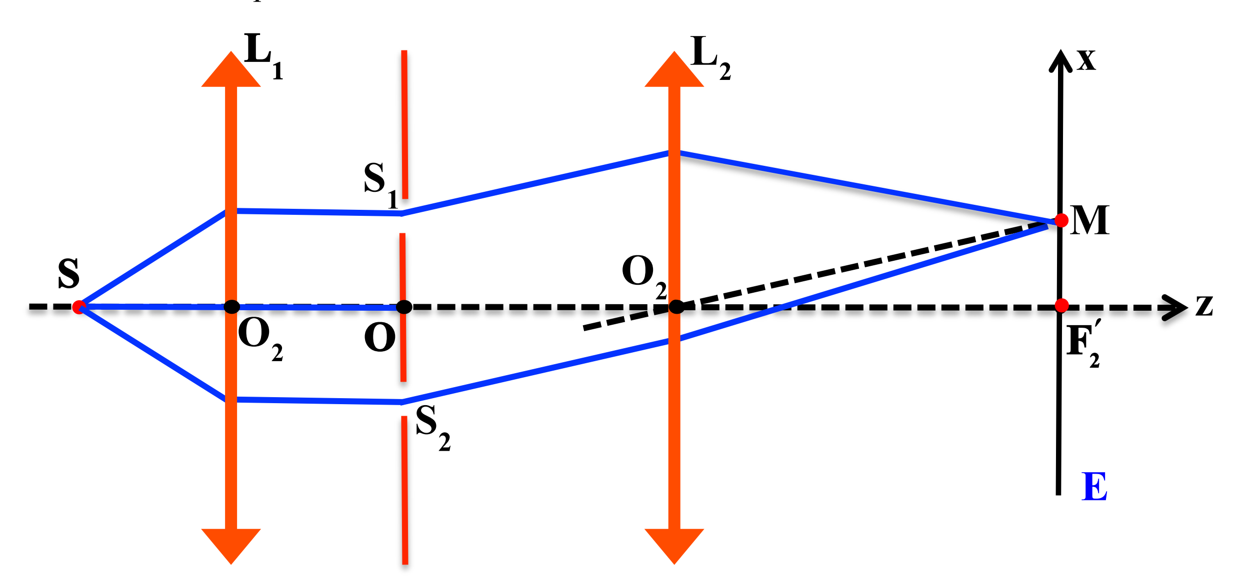
Année universitaire 2013-2014
SMP3/M10/E2

Examen d'optique physique
(1h30)

NB : Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.
On respectera les symboles donnés dans l'énoncé et sur la figure.

On considère le dispositif interférentiel des fentes d'Young ci-dessous où $\mathbf{L_1}$ et $\mathbf{L_2}$ sont deux lentilles minces, convergentes, de même axe optique. On désigne par $f' = 1$ **m** la distance focale de la lentille $\mathbf{L_2}$.

Au foyer objet de la lentille $\mathbf{L_1}$, on place une source ponctuelle **S**. L'écran situé entre les lentilles $\mathbf{L_1}$ et $\mathbf{L_2}$ est muni de deux ouvertures rectangulaires $\mathbf{S_1}$ et $\mathbf{S_2}$ identiques très fines et distantes de **b = 1 mm**. Le dispositif est dans l'air.



Partie A (6 points)

A.1/ La source **S** émet une radiation de longueur d'onde $\lambda = 0{,}5\ \mu\mathrm{m}$. On négligera le phénomène de diffraction.

a/ Donner (sans démonstration) l'expression de la différence de marche δ.

b/ Donner l'expression de l'éclairement $\mathbf{I_A}$ en un point **M** de l'écran **E**.

A.2/ On intercale, sur le trajet de l'un des faisceaux, une lame à faces parallèles (épaisseur **e = 0,25 mm** ; **n = 1,5**).

a/ Donner la nouvelle différence de marche δ'.

b/ Déterminer le nombre **N** de franges qui ont défilé au foyer $\mathbf{F'_2}$.

c/ Calculer $\mathbf{x_0}$ la position de la frange centrale.

Partie B **(10 points)**

B.1/ La source **S** émet deux radiations dont les longueurs d'onde respectives sont λ_1 et λ_2 (les deux radiations sont très proches).

a/ Déterminer l'éclairement I_{B1} en un point **M** de l'écran **E**.

b/ Déduire le contraste C_{B1}.

c/ En quels points **M** de l'écran **E** les franges d'interférences disparaissent ?

B.2/ On suppose maintenant que le spectre d'émission de la source **S** est un spectre continu dans l'intervalle de fréquence $[\nu_1,\nu_2]$, et que l'intensité rayonnée, dans un intervalle de fréquence $d\nu$, est égale à $dI_{B2} = K\left(1+\cos(\varphi)\right)d\nu$.

a/ Déterminer l'éclairement I_{B2} en un point **M** de l'écran **E** (on donne $\varphi = \frac{2\pi bx}{cf'}\nu$).

b/ Déduire le contraste C_{B2}.

Partie C **(4 points)**

On remplace les fentes d'Young par un diaphragme qui est un réseau par transmission dont **N** désigne le nombre total de traits (ou de fentes). Ce réseau est caractérisé par son pas **b** = **L/N**, distance entre les centres de deux traits (ou deux fentes) successifs. **a**, largeur d'une fente (ou d'un trait), est très inférieur à **b**.

C.1/ Pourquoi l'intensité lumineuse est inchangée si on intervertit largeur du trait et largeur de la fente ?

C.2/ Pour la source lumineuse, monochromatique de longueur d'onde λ, donner l'expression de l'intensité lumineuse $I_C(\varphi)$ en un point **M** de l'écran en tenant compte de la diffraction.

C.3/ En négligeant la diffraction, représenter graphiquement le résultat pour **N = 3**. (On précisera les positions des extremums principaux et secondaires).

- **Formulaire**

$\cos(m)+\cos(n) = 2.\cos\left(\frac{m-n}{2}\right)\cos\left(\frac{m+n}{2}\right)$, $\sin(m)-\sin(n) = 2.\sin\left(\frac{m-n}{2}\right)\cos\left(\frac{m+n}{2}\right)$

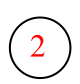
$I = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$, $I = I_0 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda f'}\right)$, $p = \frac{\delta}{\lambda}$, $\nu = \frac{\nu_2+\nu_1}{2}$, $\Delta\nu = \nu_2-\nu_1$,

$\lambda_1\lambda_2 = \lambda_1^2$ et $\Delta\lambda = \lambda_2-\lambda_1$.

Correction

Partie A

A.1/ Dans le dispositif des fentes d'Young, pour une source monochromatique de longueur d'onde λ, la différence de marche entre les deux rayons issus **S** s'écrit : $\boxed{\delta = \dfrac{bx}{f}}$. 1

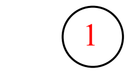
Si les deux sources sont supposées émettre des vibrations de même amplitude, l'intensité s'écrit alors : $\boxed{I_A(x) = 2I_o\left(1+\cos(k\delta)\right) = 2I_o\left(1+\cos\left(\dfrac{2\pi bx}{\lambda f'}\right)\right)}$ 

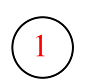
A.2/

a/ Le fait d'intercaler la lame introduit une différence de marche de $\boxed{\pm(n-1)\,e}$ 

Le ± dépend de la position de la lame devant S_1 ou S_2.

La différence de marche est égale à $\boxed{\delta' = \dfrac{bx}{f'} \pm (n-1)\,e}$.

b/ Le nombre de franges qui défilent en F_2' est égal à $\boxed{N = \dfrac{(n-1)e}{\lambda}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{N = 250}$ 

c/ La frange centrale est obtenu pour $\delta' = 0$ soit $\boxed{x_o = \pm\dfrac{(n-1)ef'}{b}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x_o = \pm 12{,}5\ \text{cm}}$ 

Partie B

B.1/ a/ L'intensité se calcule à partir de $I_i = 2I_o\left(1+\cos\left(\varphi_i\right)\right) = 2I_o\left(1+\cos\left(\dfrac{2\pi\delta}{\lambda_i}\right)\right)$

Les deux sources sont incohérentes $\Rightarrow$ $\boxed{I_{B1}(M) = I_1 + I_2}$

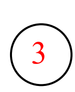
On suppose que les deux composantes du doublet ont la même intensité.

$$I_{B1}(M) = I_1 + I_2 = 2I_o\left(2+\cos\left(\varphi_1\right)+\cos\left(\varphi_2\right)\right)$$

$$I_{B1} = 2I_o\left(2+2.\cos\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)\right)$$

$$I_{B1} = 2I_o\left(2+2.\cos\left(\pi\delta\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\delta\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$$

$$I_{B1} = 4I_o\left(1+\cos\left(\pi\delta\left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\delta\left(\frac{\lambda_2+\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right)\right)$$

En posant $\lambda_1\lambda_2 = \lambda_1^2$ et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ alors $\boxed{I_{B1} = 4I_o\left(1+\cos\left(\pi\delta\left(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2}\right)\right)\cos\left(2\pi\delta\dfrac{1}{\lambda_1}\right)\right)}$ 

b/ Le contraste s'écrit : $\boxed{C_{B1} = \cos\left(\pi\delta\left(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2}\right)\right)}$ 1

c/ Le système de franges sera brouillés pour $C_{B1} = \cos\left(\dfrac{\pi bx}{f'}\left(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2}\right)\right) = 0$, soit

1

$$\frac{\pi b x_m}{f'}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2}\right) = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$ avec **m** un entier. $\Rightarrow$ $$\boxed{x_m = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{f'}{b}\left(\frac{\lambda_1^2}{\Delta\lambda}\right)}$$

B.2.a/ La source n'est plus monochromatique, la figure d'interférence se brouillera en fonction de l'incohérence temporelle de la source. $dI_{B2} = K\left(1+\cos\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\nu\right)\right)d\nu$

On simplifiera l'intégration en supposant que **K** ne dépend pas de ν.

$$I_{B2} = K\int_{\nu_1}^{\nu_2}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\nu\right)\right)d\nu$$

$$I_{B2} = K\left[(\nu_2-\nu_1)+\frac{c f'}{2\pi b x}\left(\sin\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\nu_2\right)-\sin\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\nu_1\right)\right)\right]$$

$$I_{B2} = K\left[(\nu_2-\nu_1)+\frac{c f'}{\pi b x}\left(\sin\left(\frac{\pi b x}{c f'}(\nu_2-\nu_1)\right)\cos\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\frac{\nu_2+\nu_1}{2}\right)\right)\right]$$

En posant $\nu = \frac{\nu_2+\nu_1}{2}$ et $\Delta\nu = \nu_2-\nu_1$ alors : $$\boxed{I_{B2} = K\Delta\nu\left[1+\text{sinc}\left(\frac{\pi b x}{c f'}\Delta\nu\right)\cos\left(\frac{2\pi b x}{c f'}\nu\right)\right]}$$ 4

b/ Le contraste s'écrit : $$\boxed{C_{B2} = \text{sinc}\left(\frac{\pi b x}{c f'}\Delta\nu\right)}$$ 1

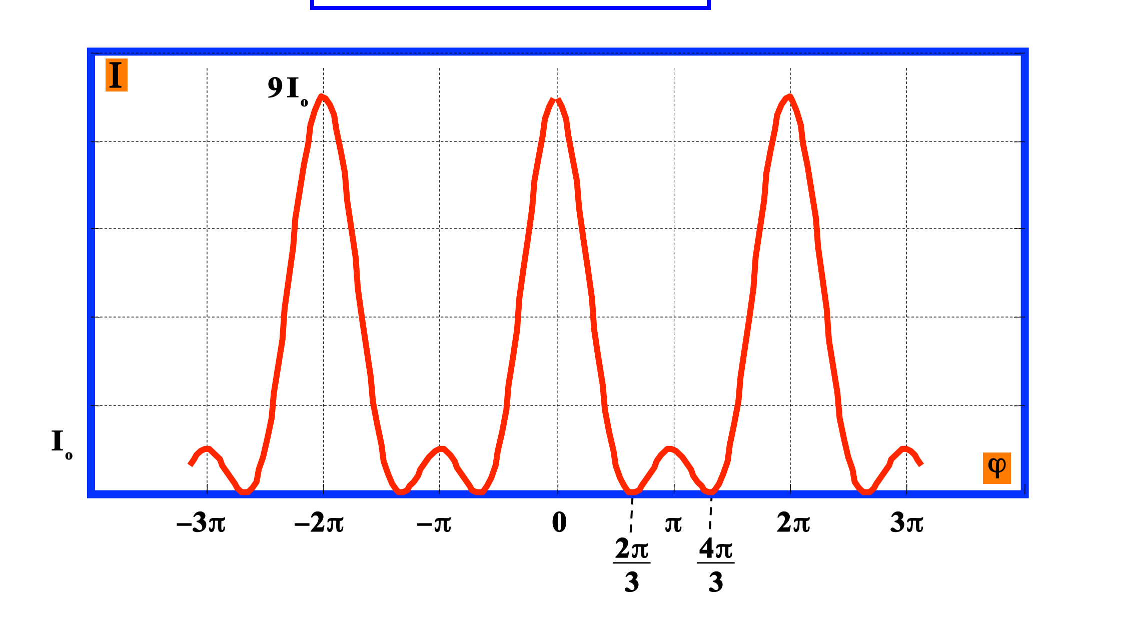
Partie C

C.1/ Le théorème de Babinet : Les figures de diffraction de deux surfaces complémentaires sont identiques en dehors de l'image géométrique. 1

C.2/ La fonction de diffraction est inchangée, celle d'interférence correspond à un réseau classique par transmission.

L'intensité lumineuse est donc : $$\boxed{I_C(\varphi) = I_o\,\text{sinc}^2(V)\frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}}$$ avec $\varphi = \frac{2\pi b x}{\lambda f'}$ et $V = \frac{\pi a x}{\lambda f'}$ 1

C.3/



2